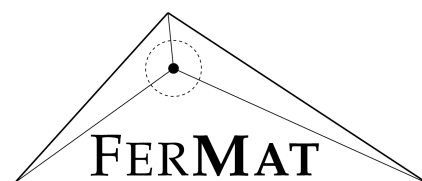


FERMAT

24 kwietnia 2023 roku



Na rozwiązanie poniższych zadań masz 90 minut. Kolejność rozwiązywania zadań jest dowolna.

Wszystkie zadania są jednakowo punktowane. Maksymalną liczbę punktów za zadanie możesz uzyskać jedynie za pełne rozwiązanie z uzasadnieniem i odpowiedzią.

Uwaga. Jeśli w zadaniu należy podać przykład, to pełnym rozwiązaniem jest podanie przykładu.

Zadanie 1.

Na bokach kwadratu $ABCD$ zbudowano dwa trójkąty równoboczne: ABE wewnątrz kwadratu, zaś BCF na zewnątrz. Oblicz miarę kąta EFB .

Zadanie 2.

Rozstrzygnij, czy liczba $123456789 \cdot 2023 \cdot 335 \cdot 221$ jest podzielna przez 45.

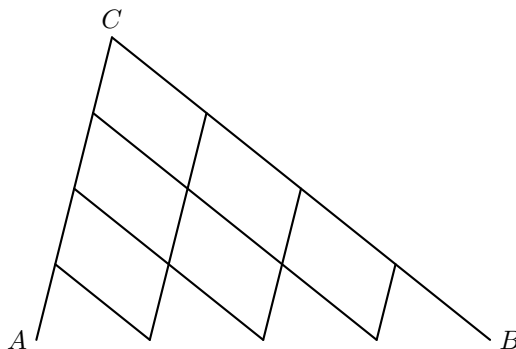
Zadanie 3.

Ułóż kwadrat z: trzech kwadratów 1×1 , trzech kwadratów 2×2 , dwóch kwadratów 3×3 i jednego kwadratu 4×4 .

Zadanie 4.

Ile równoległoboków jest na poniższym rysunku? Narysowane odcinki są równoległe do odcinków AC lub BC .

Uwaga. W tym zadaniu wystarczy podać samą odpowiedź.

**Zadanie 5.**

Jakie największe pole powierzchni może mieć prostopadłościan o objętości 8 i krawędziach o długościach całkowitych?

Zadanie 6.

Znajdź wszystkie takie dwucyfrowe liczby pierwsze, że iloczyn cyfr każdej z nich też jest liczbą pierwszą.

Zadanie 7.

Narysuj dwie różne siatki tego samego sześcianu: jedną taką, która ma oś symetrii, a drugą taką, która nie ma osi symetrii.

Zadanie 8.

Podaj przykład takich różnych liczb a , b , c , które nie są liczbami całkowitymi, a każdy z iloczynów

$$a \cdot b, \quad b \cdot c, \quad a \cdot b \cdot c$$

jest liczbą całkowitą.

Zadanie 9.

Na okręgu zaznaczono 10 punktów w równej odległości. Każdy z tych punktów pokolorowano na czerwono lub niebiesko. Uzasadnij, że pewne trzy punkty jednego koloru są wierzchołkami trójkąta równoramiennego.

